Vraag	Antwoord	Scores

Twee machten van 2

1 maximumscore 5

- $f'(x) = \ln(2) \cdot 2^x + \ln(2) \cdot 2^{-2x} \cdot -2$ — 2
- Uit $f'(x) = 0$ volgt dat $2^x = 2 \cdot 2^{-2x}$ — 1
- Dus $2^{3x} = 2$ (of $2^x = 2^{-2x+1}$) — 1
- Hieruit volgt $x = \frac{1}{3}$ — 1

of

- $a + a^{-2}$, met $a = 2^x$, moet minimaal zijn — 2
- De vergelijking $1 - 2a^{-3} = 0$ moet worden opgelost — 1
- Dit geeft $a = \left(\frac{1}{2}\right)^{-\frac{1}{3}}$ (of een gelijkwaardige uitdrukking) — 1
- Hieruit volgt $x = \frac{1}{3}$ — 1

2 maximumscore 5

- Een primitieve van 2^x is $\frac{1}{\ln(2)} \cdot 2^x$ — 1
- Een primitieve van 2^{-2x} is $\frac{1}{\ln(2)} \cdot 2^{-2x} \cdot \frac{1}{-2}$ — 1
- De oppervlakte tussen de grafiek van *f* en de *x*-as is $\left(\frac{2}{\ln(2)} - \frac{1}{8\ln(2)}\right) - \left(\frac{1}{2\ln(2)} - \frac{4}{2\ln(2)}\right)$ ($\approx 4{,}869$) — 2
- De oppervlakte van het rechthoekige gebied is $2k$, dus de gevraagde waarde van *k* is 2,43 — 1

3 **maximumscore 5**

- $\overrightarrow{AP}=\begin{pmatrix} p-1 \\ f(p)-2\frac{1}{4} \end{pmatrix}$, waarbij p de x-coördinaat van P is 1
- $\begin{pmatrix} p-1 \\ 2^{p}+2^{-2p}-2\frac{1}{4} \end{pmatrix}\cdot\begin{pmatrix} 1 \\ 1\frac{13}{16} \end{pmatrix}=0$ 1
- De vergelijking $p-1+1\frac{13}{16}(2^{p}+2^{-2p}-2\frac{1}{4})=0$ moet worden opgelost 1
- Beschrijven hoe deze vergelijking wordt opgelost 1
- Dit geeft $p\approx-0,67$ (dus de x-coördinaat van P is $-0,67$) 1

of

- De richtingscoëfficiënt van AQ is $\frac{29}{16}$ 1
- (Het product van de richtingscoëfficiënten van AP en AQ moet -1 zijn,) dus de richtingscoëfficiënt van AP is $-\frac{16}{29}$ 1
- Een vergelijking van AP is $y=-\frac{16}{29}(x-1)+2\frac{1}{4}$ 1
- Beschrijven hoe de vergelijking $2^{x}+2^{-2x}=-\frac{16}{29}(x-1)+2\frac{1}{4}$ wordt opgelost 1
- Dit geeft $x\approx-0,67$ (dus de x-coördinaat van P is $-0,67$) 1

of

- De richtingscoëfficiënt van AQ is $\frac{29}{16}$ 1
- (Het product van de richtingscoëfficiënten van AP en AQ moet -1 zijn,) dus de richtingscoëfficiënt van AP is $-\frac{16}{29}$ 1
- De richtingscoëfficiënt van AP is ook $\frac{\Delta y}{\Delta x}=\frac{2\frac{1}{4}-(2^{x}+2^{-2x})}{1-x}$ 1
- Beschrijven hoe de vergelijking $-\frac{16}{29}=\frac{2\frac{1}{4}-(2^{x}+2^{-2x})}{1-x}$ wordt opgelost 1
- Dit geeft $x\approx-0,67$ (dus de x-coördinaat van P is $-0,67$) 1

Een grafiek met een knik

4 maximumscore 5

- Voor de x-coördinaat van de knik geldt $8-4x=0$, dus $x=2$ — 1
- Voor $x<2$ geldt $f(x)=4e^{2-x}+8-4x$ — 1
- Voor $x<2$ geldt $f'(x)=-4e^{2-x}-4$ — 1
- De richtingscoëfficiënt van m is -8 — 1
- $\tan(\alpha)=-8$ geeft ($\alpha\approx-83°$, dus) het antwoord: $83°$ (of nauwkeuriger) — 1

5 maximumscore 3

- Voor $x\geq 2$ geldt $f(x)=4e^{2-x}-8+4x$ — 1
- $\lim\limits_{x\to\infty} 4e^{2-x}=0$ — 1
- Een vergelijking van de asymptoot is $y=4x-8$ — 1

Driehoek in cirkel

6 maximumscore 4

- De lijn door A loodrecht op AB heeft richtingscoëfficiënt -2 — 1
- Een vergelijking van die lijn is $y = -2x + 8$ — 1
- Beschrijven hoe de vergelijking $x^2 + (-2x+5)^2 = 25$ exact wordt opgelost — 1
- Het antwoord: $C(0, 8)$ — 1

of

- De lijn door B loodrecht op AB heeft richtingscoëfficiënt -2 — 1
- Een vergelijking van die lijn is $y = -2x - 2$ — 1
- Beschrijven hoe de vergelijking $x^2 + (-2x-5)^2 = 25$ exact wordt opgelost — 1
- Het antwoord: $C(-4, 6)$ — 1

of

- Een zijde van de driehoek moet middellijn van de cirkel zijn (stelling van Thales) — 2
- Het middelpunt van de cirkel is $(0, 3)$ en de straal is 5 — 1
- Als BC middellijn is, dan is $C(0, 8)$ (of: Als AC middellijn is, dan is $C(-4, 6)$) — 1

7 maximumscore 6

- $AB = \sqrt{4^2 + 2^2} = \sqrt{20}$ — 1
- C moet liggen op de cirkel met middelpunt A en straal $\sqrt{20}$ — 1
- Een vergelijking van die cirkel is $(x-4)^2 + y^2 = 20$ — 1
- Uit het stelsel $\left\{x^2 + (y-3)^2 = 25, (x-4)^2 + y^2 = 20\right\}$ een lineair verband tussen x en y afleiden, zoals $6y + 16 = 8x + 4$ — 1
- Beschrijven hoe de vergelijking $(x-4)^2 + \left(1\frac{1}{3}x - 2\right)^2 = 20$ (of $\left(\frac{3}{4}y - 2\frac{1}{2}\right)^2 + y^2 = 20$) exact wordt opgelost — 1
- Het antwoord: $C(4\frac{4}{5}, 4\frac{2}{5})$ — 1

of

Vraag	Antwoord	Scores

- $A(4, 0)$ en $M(0, 3)$ (met M het middelpunt van de cirkel), dus de richtingscoëfficiënt van AM is $-\frac{3}{4}$ — 1
- Een vergelijking van de lijn door B loodrecht op AM is $y = 1\frac{1}{3}x - 2$ — 1
- Het snijpunt van deze lijn met de cirkel geeft $x^2 + \left(1\frac{1}{3}x - 5\right)^2 = 25$ — 1
- Dit geeft $2\frac{7}{9}x^2 - 13\frac{1}{3}x = 0$ — 1
- Hieruit volgt $x = 4\frac{4}{5}$ ($x = 0$ voldoet niet) — 1
- Het antwoord: $C(4\frac{4}{5}, 4\frac{2}{5})$ — 1

Straal van een waterstraal

8 maximumscore 5

- Er geldt $v^2 = v_0^{\ 2} + 2gh_0 - 2gh$ (uit formule 1) 1
- Dit is gelijk aan $v_0^{\ 2} + 2g(h_0 - h) = v_0^{\ 2} + 2gx$ 1
- Ook geldt $r^2 = r_0^{\ 2} \cdot \dfrac{v_0}{v}$ (uit formule 2) 1
- Combineren geeft $r^2 = r_0^{\ 2} \cdot \dfrac{v_0}{\sqrt{v_0^{\ 2} + 2gx}}$ 1
- $r^2 = r_0^{\ 2} \cdot \sqrt{\dfrac{v_0^{\ 2}}{v_0^{\ 2} + 2gx}}$ dus (omdat r en r_0 beide positief zijn)

  $r = r_0 \cdot \sqrt[4]{\dfrac{v_0^{\ 2}}{v_0^{\ 2} + 2gx}}$ 1

of

- Er geldt $v^2 = v_0^{\ 2} + 2gh_0 - 2gh$ (uit formule 1) 1
- Dit is gelijk aan $v_0^{\ 2} + 2g(h_0 - h) = v_0^{\ 2} + 2gx$ 1
- Uit formule 2 volgt $r_0^{\ 4} \cdot v_0^{\ 2} = r^4 \cdot v^2$ en dus $r^4 = \dfrac{r_0^{\ 4} \cdot v_0^{\ 2}}{v^2}$ 1
- Dit combineren met $v^2 = v_0^{\ 2} + 2gx$ geeft $r^4 = r_0^{\ 4} \cdot \dfrac{v_0^{\ 2}}{v_0^{\ 2} + 2gx}$ 1
- Dan (omdat r en r_0 beide positief zijn) volgt $r = r_0 \cdot \sqrt[4]{\dfrac{v_0^{\ 2}}{v_0^{\ 2} + 2gx}}$ 1

9 maximumscore 5

- De inhoud is gelijk aan $\pi \cdot \int_0^{0,3} r^2 \, \mathrm{d}x$ 1
- $r = 0{,}01 \cdot \sqrt[4]{\dfrac{0{,}5^2}{0{,}5^2 + 2 \cdot 9{,}81 \cdot x}}$ 1
- Beschrijven hoe $\pi \cdot \int_0^{0,3} \left(0{,}01 \cdot \sqrt[4]{\dfrac{0{,}5^2}{0{,}5^2 + 2 \cdot 9{,}81 \cdot x}}\right)^2 \mathrm{d}x$ berekend kan worden 1
- Dit geeft $3{,}2 \cdot 10^{-5}$ (m^3) 1
- Het antwoord 32 (cm^3) (of 0,000032 m^3) 1

Cirkels

10 **maximumscore 6**

- De periode van de beweging van Q is 12, dus $m = \frac{2\pi}{12}$ $(= \frac{1}{6}\pi)$ 1
- (P heeft op $t = 12$ vier maal c_1 doorlopen en omdat de snelheid van P en de snelheid van Q gelijk zijn, geldt:) de omtrek van c_2 is vier keer zo groot als de omtrek van c_1 1
- De straal van c_2 is dus gelijk aan $(4 \cdot \frac{1}{2} =)$ 2 1
- De y-coördinaat van het middelpunt van c_2 is $(-\frac{1}{2} + 2 =)$ $1\frac{1}{2}$ 1
- Punt Q gaat omhoog door de evenwichtsstand na een kwart periode, dus voor $t = 3$ 1
- $(m = \frac{1}{6}\pi,)$ $k = 1\frac{1}{2}$, $l = 2$ en $n = 3$ (of andere correcte waarden) (of een formule voor y_Q is $y_Q = 1\frac{1}{2} + 2\sin(\frac{1}{6}\pi(t-3))$) 1

De vergelijking van Arrhenius

11 maximumscore 4

- Uit de vergelijking van Arrhenius volgt $\frac{k}{A} = \mathrm{e}^{-\left(\frac{E}{8{,}314T}\right)}$ 1
- $-\left(\frac{E}{8{,}314T}\right) = \ln\left(\frac{k}{A}\right)$ 1
- $\frac{E}{8{,}314T} = -\ln\left(\frac{k}{A}\right)$ $\left(= \ln\left(\left(\frac{k}{A}\right)^{-1}\right)\right)$ $= \ln\left(\frac{A}{k}\right)$ 1
- Dus $E = 8{,}314T \cdot \ln\left(\frac{A}{k}\right)$ 1

of

- Uit de vergelijking van Arrhenius volgt $\ln(k) = \ln\left(A \cdot \mathrm{e}^{-\left(\frac{E}{8{,}314T}\right)}\right)$ 1
- $\ln(k) = \ln(A) - \frac{E}{8{,}314T}$ 1
- $\frac{E}{8{,}314T} = \ln(A) - \ln(k) = \ln\left(\frac{A}{k}\right)$ 1
- Dus $E = 8{,}314T \cdot \ln\left(\frac{A}{k}\right)$ 1

of

- Als $E = 8{,}314T \cdot \ln\left(\frac{A}{k}\right)$ dan moet gelden $\frac{E}{8{,}314T} = \ln\left(\frac{A}{k}\right)$ 1
- Dan is $\frac{E}{8{,}314T} = \ln(A) - \ln(k)$ 1
- Dus $\ln(k) = \ln(A) + \frac{-E}{8{,}314T} = \ln(A) + \ln\left(\mathrm{e}^{-\left(\frac{E}{8{,}314T}\right)}\right)$ 1
- Dus $\ln(k) = \ln\left(A \cdot \mathrm{e}^{-\left(\frac{E}{8{,}314T}\right)}\right)$ (en dat komt overeen met de gegeven formule) 1

12 **maximumscore 3**

- Er moet gelden $8{,}314 \cdot 500 \cdot \ln\left(\dfrac{A}{2{,}7 \cdot 10^{-2}}\right) = 8{,}314 \cdot 550 \cdot \ln\left(\dfrac{A}{2{,}4 \cdot 10^{-1}}\right)$ 1
- Beschrijven hoe deze vergelijking opgelost kan worden 1
- De gevraagde waarde van E is $1{,}0 \cdot 10^5$ (J/mol) 1

of

- $2{,}7 \cdot 10^{-2} = A \cdot \mathrm{e}^{-\left(\frac{E}{8{,}314 \cdot 500}\right)}$ en $2{,}4 \cdot 10^{-1} = A \cdot \mathrm{e}^{-\left(\frac{E}{8{,}314 \cdot 550}\right)}$ dus $\dfrac{2{,}7 \cdot 10^{-2}}{2{,}4 \cdot 10^{-1}} = \mathrm{e}^{\frac{-E}{8{,}314 \cdot 500}} : \mathrm{e}^{\frac{-E}{8{,}314 \cdot 550}}$ 1
- Beschrijven hoe deze vergelijking opgelost kan worden 1
- De gevraagde waarde van E is $1{,}0 \cdot 10^5$ (J/mol) 1

Een foto van de Eusebiuskerk

13 maximumscore 3

- $\tan(\alpha-\beta)=\dfrac{\sin(\alpha-\beta)}{\cos(\alpha-\beta)}=\dfrac{\sin(\alpha)\cos(\beta)-\cos(\alpha)\sin(\beta)}{\cos(\alpha)\cos(\beta)+\sin(\alpha)\sin(\beta)}$ 1
- Teller en noemer delen door $\cos(\alpha)\cos(\beta)$ geeft $\dfrac{\dfrac{\sin(\alpha)\cos(\beta)}{\cos(\alpha)\cos(\beta)}-\dfrac{\cos(\alpha)\sin(\beta)}{\cos(\alpha)\cos(\beta)}}{1+\dfrac{\sin(\alpha)\sin(\beta)}{\cos(\alpha)\cos(\beta)}}$ 1
- Dat is gelijk aan $\dfrac{\dfrac{\sin(\alpha)}{\cos(\alpha)}-\dfrac{\sin(\beta)}{\cos(\beta)}}{1+\dfrac{\sin(\alpha)}{\cos(\alpha)}\cdot\dfrac{\sin(\beta)}{\cos(\beta)}}$ ofwel $\dfrac{\tan(\alpha)-\tan(\beta)}{1+\tan(\alpha)\cdot\tan(\beta)}$ 1

of

- $\dfrac{\tan(\alpha)-\tan(\beta)}{1+\tan(\alpha)\cdot\tan(\beta)}=\dfrac{\dfrac{\sin(\alpha)}{\cos(\alpha)}-\dfrac{\sin(\beta)}{\cos(\beta)}}{1+\dfrac{\sin(\alpha)}{\cos(\alpha)}\cdot\dfrac{\sin(\beta)}{\cos(\beta)}}$ 1
- Teller en noemer vermenigvuldigen met $\cos(\alpha)\cos(\beta)$ geeft $\dfrac{\sin(\alpha)\cos(\beta)-\cos(\alpha)\sin(\beta)}{\cos(\alpha)\cos(\beta)+\sin(\alpha)\sin(\beta)}$ 1
- Dit is gelijk aan $\dfrac{\sin(\alpha-\beta)}{\cos(\alpha-\beta)}=\tan(\alpha-\beta)$ 1

14 maximumscore 3

- $\tan(\alpha)=\dfrac{75}{x}$ en $\tan(\beta)=\dfrac{27}{x}$ 1
- Dus $\tan(\varphi)=\tan(\alpha-\beta)=\dfrac{\dfrac{75}{x}-\dfrac{27}{x}}{1+\dfrac{75}{x}\cdot\dfrac{27}{x}}$ 1
- Dit is gelijk aan $\dfrac{\dfrac{48}{x}}{1+\dfrac{2025}{x^2}}$, dus $\tan(\varphi)=\dfrac{48x}{x^2+2025}$ 1

15 **maximumscore 4**

- $g'(x) = \dfrac{48(x^2+2025) - 48x \cdot 2x}{(x^2+2025)^2}$ 2
- (Uit $g'(x) = 0$ volgt) $-48x^2 + 97\,200 = 0$ 1
- Hieruit volgt $x = 45$ ($x = -45$ voldoet niet) 1

Scheve parabolen

16 **maximumscore 4**

- $\dfrac{\mathrm{d}x}{\mathrm{d}t} = 6t+1$ en $\dfrac{\mathrm{d}y}{\mathrm{d}t} = 6t-1$ 1
- De snelheid $v(t)$ wordt gegeven door $\sqrt{(6t+1)^2+(6t-1)^2}$ 1
- $v(t) = \sqrt{72t^2+2}$ 1
- (Voor $t = 0$ is $v(t)$ minimaal, dus) het minimum is $\sqrt{2}$ (dus de minimale snelheid is $\sqrt{2}$) 1

of

- $\dfrac{\mathrm{d}x}{\mathrm{d}t} = 6t+1$ en $\dfrac{\mathrm{d}y}{\mathrm{d}t} = 6t-1$ 1
- De snelheid $v(t)$ wordt gegeven door $\sqrt{(6t+1)^2+(6t-1)^2}$ 1
- $v'(t) = \dfrac{12(6t+1)+12(6t-1)}{2\sqrt{(6t+1)^2+(6t-1)^2}}$ (of een gelijkwaardige uitdrukking) 1
- $v'(t) = 0$ geeft $t = 0$; $v(0) = \sqrt{2}$ (dus de minimale snelheid is $\sqrt{2}$) 1

17 **maximumscore 4**

- $y = 0$ geeft $at^2 - t + 1 = 0$ 1
- (Deze vergelijking moet één oplossing hebben, dus) $D = 0$ 1
- $D = 1 - 4a$ 1
- $D = 0$ geeft $a = \frac{1}{4}$ 1

of

- $\dfrac{\mathrm{d}y}{\mathrm{d}t} = 2at - 1$ 1
- (De parabool moet de x-as raken dus) $\dfrac{\mathrm{d}y}{\mathrm{d}t} = 0$ geeft $t = \dfrac{1}{2a}$ 1
- De vergelijking $a \cdot \left(\dfrac{1}{2a}\right)^2 - \dfrac{1}{2a} + 1 = 0$ moet worden opgelost 1
- Dit geeft $a = \frac{1}{4}$ 1